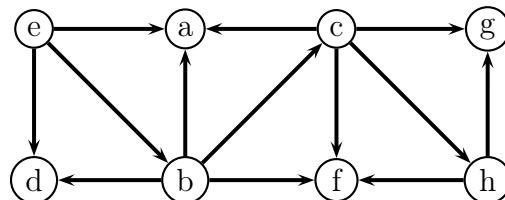


# TEST

Série 16  
 06.03.2008

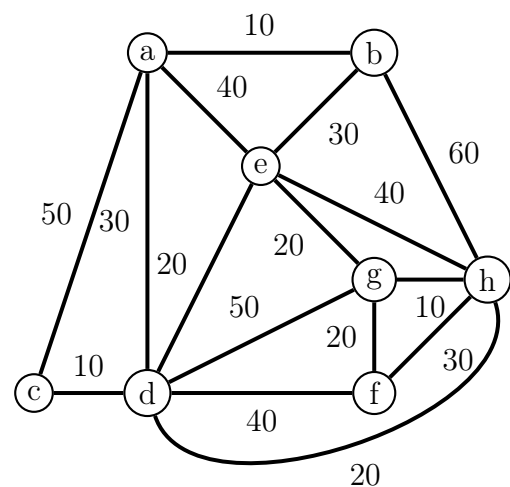
## Exercice 1

- a) Pour un graphe  $G = (X, U)$  orienté, donner et justifier un algorithme qui fournit une répartition en classes  $C_0, C_1, C_2, \dots$  tel que :
- pour tout  $i < j$  il n'y a pas d'arc  $(x, y)$  avec  $x \in C_j$  et  $y \in C_i$ ,
  - pour tout  $i$ , deux sommets de  $C_i$  ne sont pas reliés entre eux,
  - pour tout  $i > 0$ , chaque sommet de  $C_i$  a au moins un prédécesseur dans la classe  $C_{i-1}$ .
- b) Quel est le nombre de classes que l'on obtiendra (en général) ?
- c) Ceci est-il possible pour un graphe qui comporte un circuit au moins ? (Justifier).
- d) Trouver les classes  $C_i$  du graphe ci-dessous :



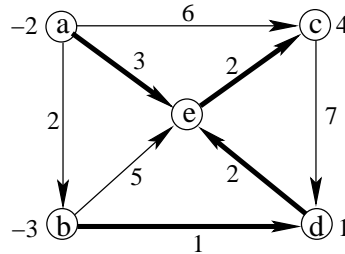
## Exercice 2

Un réseau de communication doit être construit pour une collection d'agglomérations urbaines. Il suffit que chaque paire de localités soit connectée par une chaîne. On connaît la longueur de chaque tronçon direct (=arête). Afin d'éviter des distortions, on souhaite que la longueur maximum des tronçons directs interagglomérations qui sont dans le réseau soit aussi faible que possible. Déterminer quel algorithme utiliser (justifier) et l'appliquer au réseau ci-contre :



### Exercice 3

On a établi un plan de transport (l'arbre défini par les arcs en gras) dans le réseau ci-dessous. Les poids sur les arcs correspondent aux coûts de transport. Donner le détail de l'acheminement des 5 unités transportées.



- Cette solution est-elle de coût minimum (justifier) ?
- Dans quel intervalle peut varier le coût de  $(e, c)$  pour que la solution reste optimale ?
- On propose la méthode suivante pour résoudre le problème de transbordement en répétant l'itération suivante : choisir une source  $i$  (avec  $b_i < 0$ ) et une destination  $j$  (avec  $b_j > 0$ ) telles qu'il existe entre  $i$  et  $j$  un chemin  $P$  de coût minimum parmi tous les chemins reliant une source à une destination. Augmenter les  $x_{rs}$  de 1 sur les arcs du chemin  $P$ , augmenter  $b_i$  de 1 et diminuer  $b_j$  de 1.

Montrer que cette méthode ne fonctionne pas.

### Exercice 4

Le réacteur d'un avion supersonique est inspecté chaque année; il est soit réparé, soit remplacé par un réacteur neuf et l'on vend l'ancien à une compagnie de charters. On donne :

âge du réacteur	1	2	3	4
coût de réparation	40	50	100	$\infty$
valeur de revente	80	50	20	0

Le coût d'un réacteur est de 200. L'avion a une durée de vie de  $N$  ans. Il est donc éliminé au bout de  $N$  années.

Le problème est de déterminer une politique optimale de remplacement du réacteur. Formuler pour une période de  $N > 4$  années (définir les variables de décision, la relation de transfert, la fonction objectif, la relation de récurrence). Calculer les décisions optimales pour la dernière année et la mise hors service (c.à.d. pour les étapes 1 et 0) en fonction de l'âge du réacteur.