

TEST

Série 8

15.11.2007

Exercice 1

Trois mines m_1 , m_2 , m_3 , fournissent chacune des minerais différents, ont un rendement journalier maximal respectif de 200, 500 et 300 tonnes.

La production journalière est d'abord stockée dans un local abrité d'une contenance de 1800 m^3 . Les volumes spécifique respectifs des trois minerais sont 1.8, 2 et $2.2 \text{ m}^3/t$.

Le lendemain, les minerais sont lavés : la laverie débite respectivement 80, 90 et 100 tonnes à l'heure pour les produits extraits des mines m_1 , m_2 et m_3 ; en outre son horaire journalier est limité à 10 heures de travail.

Enfin, les profits unitaires réalisés sont respectivement 4, 5 et 6 unités monétaires/t.

On veut déterminer la répartition la plus profitable des quantité à extraire.

Formuler ce problème en termes de programmation linéaire et mettre ce dernier sous formes standard.

Exercice 2

a) Déterminer le dual du primal sous forme standard :

$$\begin{aligned} \max z &= \mathbf{c}\mathbf{x} \\ \text{s.c. } \mathbf{A}\mathbf{x} &= \mathbf{b} \\ \mathbf{x} &\geq 0 \end{aligned}$$

en passant par la forme canonique de la dualité.

b) Formuler le théorème des écarts complémentaires pour le P.L. précédent.

Exercice 3

Considérer le programme linéaire

$$\begin{aligned} \text{Maximiser } z &= 4x_1 + 3x_2 \\ \text{s.c.} \quad & 3x_1 + 4x_2 \leq 8 \\ & 4x_1 + 2x_2 \leq 6 \\ & 2x_1 - x_2 \leq 10 \\ & x_1, x_2 \geq 0 \end{aligned}$$

dont le tableau optimal est

| | | $-x_3$ | $-x_4$ |
|-----------------|--------|--------|----------|
| $T_{opt} = x_2$ | $37/5$ | $2/5$ | $7/10$ |
| x_1 | $7/5$ | $2/5$ | $-3/10$ |
| x_5 | $4/5$ | $-1/5$ | $2/5$ |
| | $49/5$ | $4/5$ | $-11/10$ |

- Donner les solutions optimales du problème et de son dual.
- Pour le coefficient c_1 , déterminer par calcul, dans quel intervalle il peut varier sans que la base optimale ne change.
- Déterminer, par calcul, les nouvelles solutions optimales primale et duale après ajout de la contrainte $-x_1 + 2x_2 \leq 1$.

Exercice 4

Déterminer si le système d'inégalités ci-dessous a des solutions

$$x_1 + 2x_2 + 2x_3 + x_4 \geq 8$$

$$x_1 - 2x_2 + x_3 + 6x_4 \leq 3$$

$$2x_1 + 8x_2 + 5x_3 - 3x_4 \leq 28$$

(si oui, en trouver une, sinon exhiber un "certificat d'absence de solution").