Compilé le November 6, 2007

Série 7

08.11.2007

Exercice 1

Reprendre l'exemple numérique de postoptimisation traité au cours du 01.11.2007.

tableau initial

		$-x_1$	$-x_2$
$z =$	0	-5	-6
$x_3 =$	48	1	2
$x_4 =$	120	3	4

tableau optimal

		$-x_4$	$-x_2$
$z =$	200	$5/3$	$2/3$
$x_3 =$	8	$-1/3$	$2/3$
$x_1 =$	40	$1/3$	$4/3$

Déterminer dans quel intervalle pourrait varier le coefficient c_3 pour que la base $B = (\underline{a}^3, \underline{a}^1)$ reste "optimale". (on a au départ $c_1 = 5$, $c_2 = 6$, $c_3 = 0$ et $c_4 = 0$).

Exercice 2

Un atelier mécanique produit des pièces de 2 types A et B en utilisant 3 machines I, II et III. Chaque pièce doit passer sur les trois machines. On connaît le temps de passage t_{ij} d'une dizaine de pièces de type i sur la machine j. La machine j est disponible pendant a_j heures par jour.

$$(t_{ij}) = \begin{pmatrix} 2 & 4 & 3 \\ 3 & 1 & 5 \end{pmatrix} \qquad \underline{a} = \begin{pmatrix} 10 & 8 & 15 \end{pmatrix}$$

La production de 10 pièces de type i procure une recette de c_i Kfr.

$$\underline{c} = \begin{pmatrix} 3 & 2 \end{pmatrix}$$

a) Déterminer un plan de production optimal.

Solution: (en dizaines)

		$-y_2$	$-y_3$
$z =$	147	9	5
$y_1 =$	12	-1	-10
$x_1 =$	25	5	-1
$x_2 =$	36	-3	4

/17

Note pour la suite du problème: les questions b), c), d) et e) doivent être résolues à partir du plan optimal trouvé en a).

b) Le chef d'atelier, en donnant à sous-traiter au prix de 1 Kfr d'autres pièces non considérées ici peut libérer une heure sur la machine $j = I$. Cela en vaut-il la peine? Même question pour $j = II$.

c) On décide de produire aussi un troisième type de pièces C qui utilise les machines I, II et III pendant 2, 1 et 2 heures par dizaine respectivement. La production d'une dizaine de pièces de C donne une recette de 2 Kfr. Quel est le nouveau plan de production?

d) Pour des raisons de fiabilité, on doit introduire un test à la fin de la production. Celui-ci est fait sur une quatrième machine et prend 0.5h (resp. 0.4h) par dizaine de pièces de type A (resp. B). Cette machine est disponible pendant 1.0h par jour. Faut-il ralentir la production? De combien?

e) Comment déterminer dans quel intervalle peuvent varier les recettes c_1 et c_2 pour que le plan de production optimal ne change pas?

Exercice 3

En appliquant l'algorithme dual du simplexe à un problème de maximisation, on tombe sur un tableau de la forme:

$$
\begin{array}{r|c|cc|}
 & \multicolumn{1}{c}{} & -x_3 & \multicolumn{1}{c}{-x_4} \\
\cline{2-4}
z = & 150 & 6 & 3 \\
\cline{2-4}
x_1 = & 2 & -1 & 1 \\
x_2 = & -3 & 1 & 2 \\
\cline{2-4}
\end{array}
$$

Que peut-on en conclure? (donner le primal et le dual du problème considéré et expliquer ce qui se passe).