Graphes et Réseaux MA 11, 08h15 - 10h00
SB - IMA - ROSE, Prof. D. de Werra

Compilé le 4 juin 2008

Corrigé TEST

21.05.2008

Exercice 1

a) Une condition nécessaire et suffisante est qu'il n'y ait pas de circuit à coût strictement positif dans le graphe G. On vérifie facilement que tous les circuits ne contenant pas a sont à coût négatif. Pour les 3 circuits contenant a, on trouve que $a \leqslant 3$ pour qu'il y ait une solution.

b)

tâches	au plus tôt	au plus tard	marges totales	marges libres
A	0	1	1	0
B	1	2	1	0
C	3	4	1	0
D	2	4	2	1

Exercice 2

a) Oui, car dans le complémentaire une clique devient un stable et un stable devient une clique.

b) G (resp. $\bar{G}$) est triangulé. En effet si G contenait un cycle C sans corde de longueur $\geqslant 4$, alors au moins un et au plus deux sommets (adjacents) de C seraient dans la clique K. Dans les deux cas, on aurait que au moins deux sommets adjacents de C seraient dans S ce qui est une contradiction.
G (resp. $\bar{G}$) n'est pas forcément un graphe de comparabilité. Un contre-exemple se trouve dans le figure 1.

c) Dans un tel graphe on ne peut pas avoir de cycles de longueur impaire. Ainsi ce sont des graphes bipartis.

Exercice 3

Soit G le graphe d'intervalles obtenu avec les intervalles I_i. Chaque arête représente le fait que 2 programmes ne pourront jamais être effectués sur un même processeur, on peut donc leur donner la même étiquette. Pour minimiser le nombre d'étiquettes, il faut donc recouvrir le graphe G par un nombre

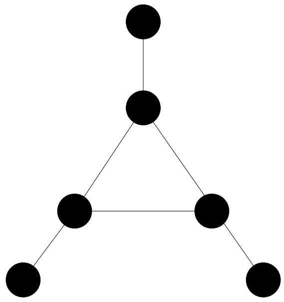


FIG. 1 – Graphe scindé qui n'est pas de comparabilité.

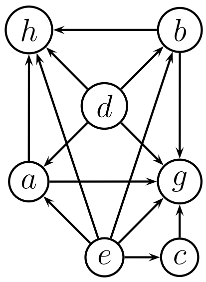
minimum de cliques. Cela revient à colorer le graphe complémentaire. Or, le complémentaire d'un graphe d'intervalles est comparable, de plus on en connaît une orientation transitive (voir série 21, exercice 2). Cette orientation nous permet de colorer le graphe $\overline{G}$ de façon optimale, chaque couleur représentant alors une étiquette.

Application :

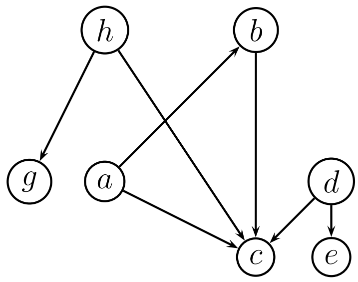
Programme	1	2	3	4	5	6	7	8
Etiquette	1	1	2	2	2	2	3	4

Exercice 4

a) Oui :



b) Oui :



c) Non, car il existe des cycles de taille 4 sans corde, par exemple (h, a, g, b).

d) Oui, car G est un graphe comparable et son complémentaire aussi.