

## Test 3

21.05.2008

### Exercice 1 (3 points)

On doit déterminer les dates de démarrage de 4 tâches  $A, B, C, D$  de durées fixées. On a explicité les contraintes suivantes :

- $B$  doit débiter entre 1 et 4 jours après  $A$
  - $D$  doit débiter entre 0 et 5 jours après  $A$
  - $C$  doit débiter entre  $a$  et 5 jours après  $B$
  - $C$  doit débiter entre 0 et 1 jours après  $D$
  - $D$  doit débiter entre 1 et 2 jours après  $B$
- a) Pour quelles valeurs de  $a$  est-il possible de trouver des dates de démarrage qui respectent ces contraintes ?
- b) Si  $a$  vaut 2 et si aucune tâche ne peut commencer après le 4<sup>e</sup> jour, donner pour toutes les tâches :
- b.1) les dates de démarrage au plus tôt.
  - b.2) les dates de démarrage au plus tard.
  - b.3) les marges totales.
  - b.4) les marges libres.

### Exercice 2 (3 points)

Un graphe  $G = (V, E)$  est un *graphe scindé* s'il est possible de diviser ses sommets en deux ensembles  $K$  et  $S$  tels que  $K$  est une clique et  $S$  un stable.

- a) Est-il vrai que si  $G$  est scindé, alors  $\overline{G}$  est scindé ? Justifier ou donner un contre-exemple.
- b) Soit  $G$  un graphe scindé, examiner  $G$  et son complémentaire  $\overline{G}$  et déterminer si ce sont des graphes particuliers (triangulés ou de comparabilité). Justifier et donner des contre-exemples si nécessaire.

- c) Soit  $G$  un graphe (pas nécessairement scindé) pour lequel on peut donner une orientation à chaque arête de sorte que pour tous les sommets  $v$  de  $G$  on ait soit  $d_G^+(v) = 0$ , soit  $d_G^-(v) = 0$ . De quel type est ce graphe ? Justifier.

### Exercice 3 (3 points)

Une collection  $\mathcal{P}$  de programmes  $P_i$  doivent être exécutés (chacun sur un processeur quelconque) ; on donne pour chaque programme un intervalle de temps dans lequel il doit absolument être exécuté. Un processeur ne peut exécuter qu'un programme à la fois (un même processeur pourra exécuter  $P_j$  après  $P_i$  si l'intervalle  $I_i$  de  $P_i$  est entièrement à gauche de l'intervalle  $I_j$  de  $P_j$ ).

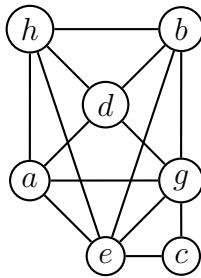
Pour faciliter l'identification des programmes, on désire affecter à chaque programme une étiquette ; on veut que quelle que soit l'affectation des programmes à des processeurs, tous les programmes à faire exécuter par un même processeur aient des étiquettes différentes. Comment affecter ces étiquettes en utilisant un nombre minimum d'étiquettes différentes ? (Donner un algorithme et le justifier pour le cas général).

Application :

$i$	1	2	3	4	5	6	7	8
$I_i$	$[0, 2)$	$[1, 2)$	$[3, 5)$	$[3, 6)$	$[4, 7)$	$[3, 8)$	$[6, 8)$	$[8, 9)$

### Exercice 4 (3 points)

Soit le graphe  $G$  ci-dessous :



- Est-ce que  $G$  a une orientation transitive ? Si oui, donnez en une.
- Est-ce que le complémentaire  $\overline{G}$  a une orientation transitive ? Si oui, donnez en une.
- Est-ce que  $G$  est un graphe d'intervalles ? Justifier.
- Est-ce que  $G$  est un graphe de permutation ? Justifier.