

Calcul d'un échangeur de chaleur

Objectifs

Etablir la formule de calcul simplifiée d'un échangeur de chaleur

Développement théorique

Considérons un échangeur contre courant, que nous assimilons tout d'abord à un échange double tube contre courant parfait et considéré comme parfaitement isolé par rapport à l'ambiance.

Le système figure 1, est composé de deux fluides un flux chaud (c) et un fluide froid (f) qui échangent de la chaleur à travers une paroi. Les fluides circulent à contre-courant.

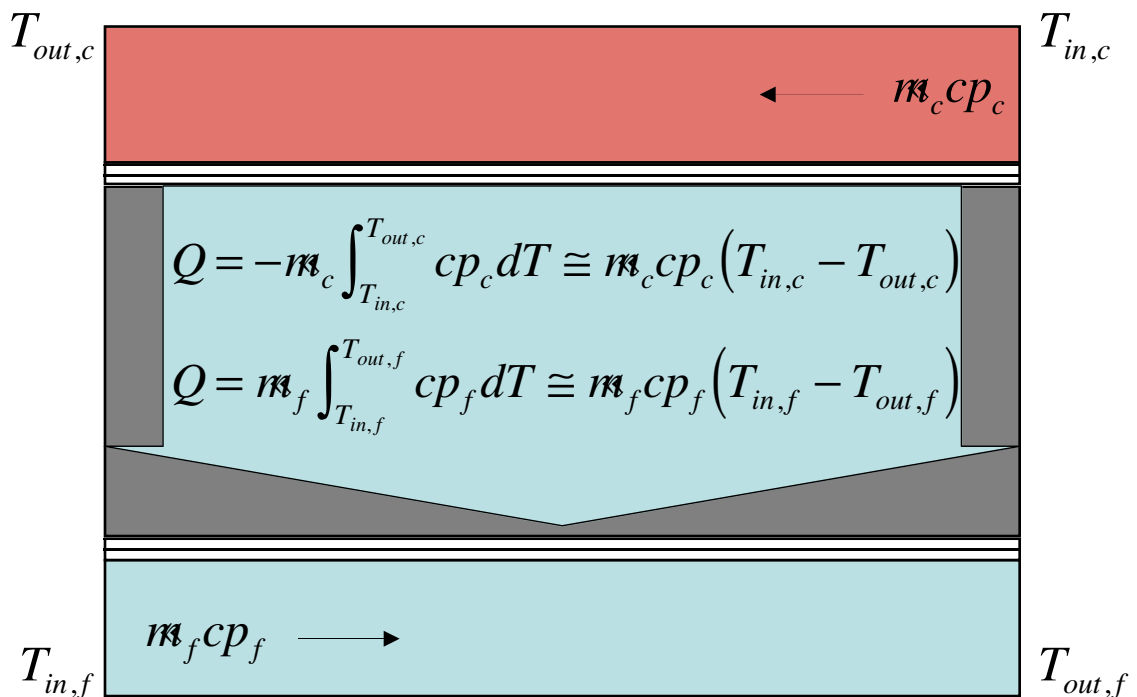
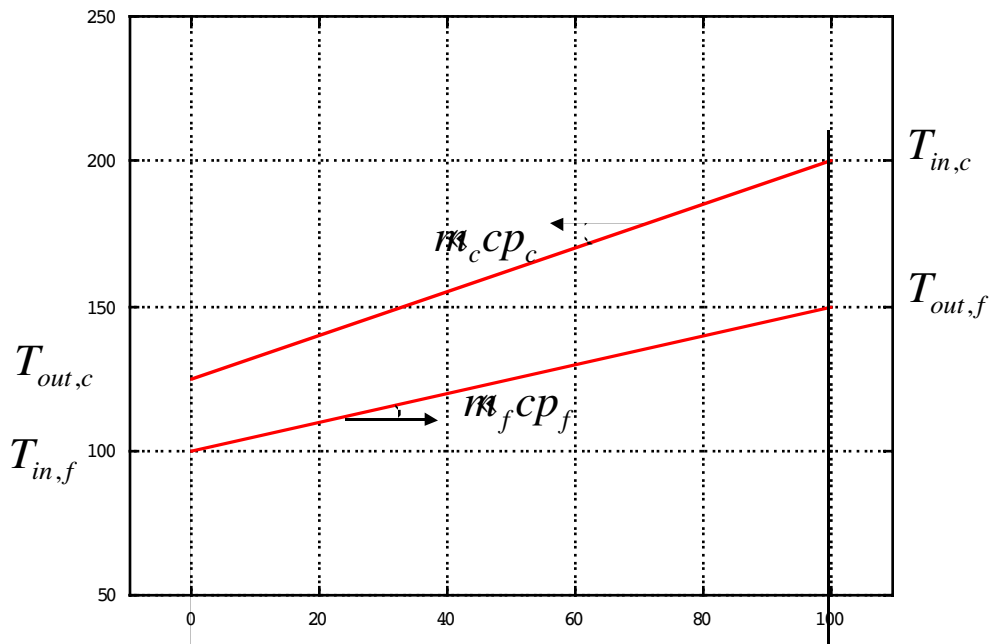


Figure 1 : le système considéré pour le calcul d'un échangeur de chaleur.



$$Q = -\dot{m}_c \int_{T_{in,c}}^{T_{out,c}} cp_c dT \cong \dot{m}_c cp_c (T_{in,c} - T_{out,c})$$

$$Q = \dot{m}_f \int_{T_{in,f}}^{T_{out,f}} cp_f dT \cong \dot{m}_f cp_f (T_{in,f} - T_{out,f})$$

Figure 2 : Diagramme température enthalpie d'un échangeur de chaleur contre courant.

Le profil de température peut-être assimilé à une droite si la chaleur spécifique du fluide peut être considérée comme indépendante de la température.

Pour une section infinitésimale de surface, nous pouvons calculer la quantité de chaleur dQ qui sera transférée à travers la paroi :

$$dQ = U(T_c - T_f)dA$$

Avec

U Le coefficient de transfert de chaleur

T_c La température du fluide chaud supposée uniforme

T_f La température du fluide froid supposée uniforme

dA La surface de transfert de chaleur

dQ La quantité de chaleur transférée depuis le fluide chaud vers le fluide froid

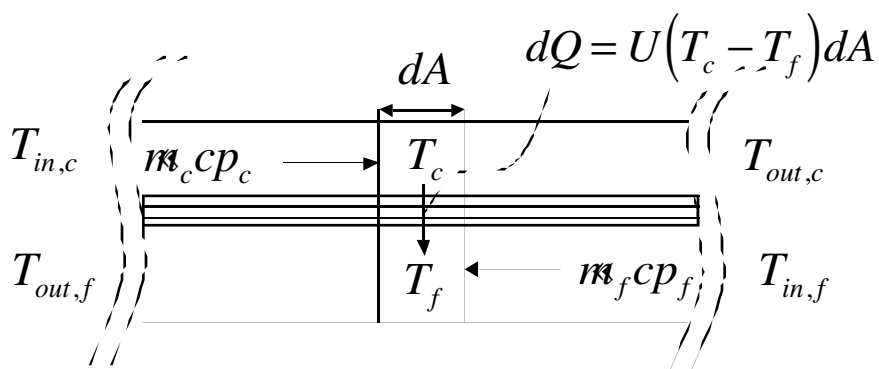


Figure 3 : représentation d'une section infinitésimale d'échangeur de chaleur contre courant.

Bilan de chaleur sur le fluide chaud :

$$dQ = \dot{m}_c c_{p_c} dT_c \Rightarrow dT_c = \frac{dQ}{\dot{m}_c c_{p_c}}$$

Bilan de chaleur sur le fluide froid :

$$dQ = \dot{m}_f c_{p_f} dT_f \Rightarrow dT_f = \frac{dQ}{\dot{m}_f c_{p_f}}$$

Evolution du potentiel de transfert dans l'échangeur

$$\Delta T = T_c - T_f$$

$$d\Delta T = d(T_c - T_f) = dQ \left(\frac{1}{\dot{m}_c c_{p_c}} - \frac{1}{\dot{m}_f c_{p_f}} \right)$$

donc :

$$dQ = K d\Delta T$$

$$K = \left(\frac{1}{\dot{m}_c c_{p_c}} - \frac{1}{\dot{m}_f c_{p_f}} \right)$$

L'équation de transfert de chaleur se transforme donc en

$$dQ = U(T_c - T_f)dA \Rightarrow dA = \frac{K d\Delta T}{U \Delta T}$$

$$\text{et } A = \int_0^l dA = \int_0^l \frac{K d\Delta T}{U \Delta T}$$

Si U et K sont indépendants de la température

ou encore $\dot{m}_c c_{p_c}$, $\dot{m}_f c_{p_f}$ et U sont constant sur l'échangeur

on a :

$$A = \frac{K}{U} \int_0^l \frac{d\Delta T}{\Delta T} = \frac{K}{U} (\ln(\Delta T_l) - \ln(\Delta T_0)) = \frac{K}{U} \ln \left(\frac{T_{in,c} - T_{out,f}}{T_{out,c} - T_{in,f}} \right)$$

$$\dot{m}_c c_{p_c} = \frac{Q}{(T_{in,c} - T_{out,c})} \quad \text{et} \quad \dot{m}_f c_{p_f} = \frac{Q}{(T_{out,f} - T_{in,f})}$$

$$\text{donc } K = \left(\frac{1}{\dot{m}_c c_{p_c}} - \frac{1}{\dot{m}_f c_{p_f}} \right) = \frac{(T_{in,c} - T_{out,c}) - (T_{out,f} - T_{in,f})}{Q} = \frac{(T_{in,c} - T_{out,f}) - (T_{out,c} - T_{in,f})}{Q}$$

$$A = \frac{Q}{U(\Delta T_l - \Delta T_0)} \left(\ln \left(\frac{\Delta T_l}{\Delta T_0} \right) \right) \Rightarrow Q = UA \frac{(\Delta T_l - \Delta T_0)}{\ln \left(\frac{\Delta T_l}{\Delta T_0} \right)} = UA \Delta T_{lm}$$

$$\text{et } \Delta T_{lm} = \frac{(T_{in,c} - T_{out,f}) - (T_{out,c} - T_{in,f})}{\ln \left(\frac{T_{in,c} - T_{out,f}}{T_{out,c} - T_{in,f}} \right)}$$

Ce développement n'est bien sûr strictement valable que pour un échange contre courant parfait et pour des chaleurs spécifiques qui peuvent être assimilées à des constantes.

A retenir :

La charge de l'échangeur est proportionnelle à la surface l'échange,
Le coefficient de transfert global
La moyenne logarithmique du potentiel de transfert (différence de température entre le fluide chaude et le fluide froid)

Dans la pratique, les échangeurs industriels seront calculés par une approche similaire. La moyenne logarithmique de la différence de température sera corrigée pour tenir compte de l'altération du nombre de passes et de l'écoulement imparfait sur l'hypothèse de l'échange de chaleur contre courant. On se référera aux manuels de transfert de chaleur pour plus détail concernant le dimensionnement des échangeurs de chaleur.

La résistance au transfert $1/U$ correspond à la somme de quatre résistances au transfert de chaleur :

1. la résistance dans le film du fluide chaude qui sera calculé par le coefficient de transfert de film h_c
2. la résistance due à la conduction de la chaleur à travers la paroi. Cette résistance est calculée par e/λ , e étant l'épaisseur de la paroi (longueur de conduction, λ la conductibilité thermique du matériaux utilisé dans l'échangeur.
3. la résistance au transfert du côté fluide froid qui sera représentée par le coefficient de transfert de film h_f
4. la résistance due à l'encrassement ou la détérioration de la paroi (figure 4)

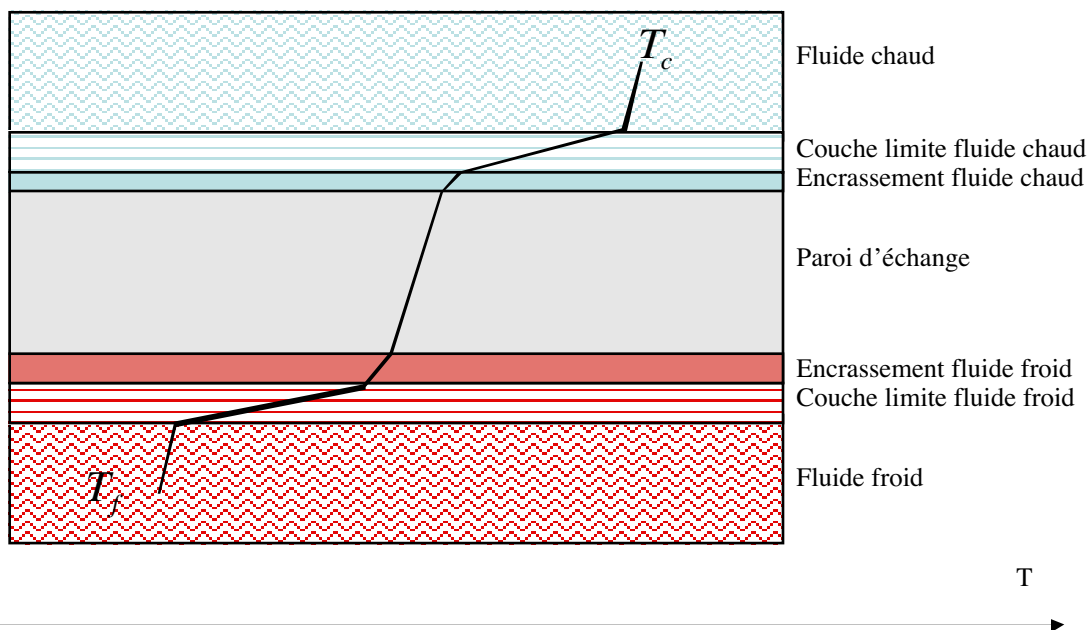


Figure 4 : le profil de température et les résistances au transfert de chaleur

Le coefficient de transfert de chaleur global sera calculé par :

$$\frac{1}{U} = \frac{1}{h_c} + \frac{e}{\lambda} + \frac{1}{h_f} + R$$

R est une résistance additionnelle au transfert de chaleur qui correspond à encrassement de l'échangeur.

Les coefficients de transfert de film seront estimés par des corrélations qui tiennent compte des propriétés thermodynamique des fluides, des conditions de fonctionnement : débit, état thermodynamique, température et pression et de la géométrie de l'échangeur (configuration, vitesse d'écoulement, types de tubes, ...)

Pour les besoins des études d'intégration énergétique, il sera important de connaître une estimation acceptable permettant d'estimer la surface d'échange et donc le coût de l'échangeur. Il faudra donc pouvoir estimer les coefficients de transfert sans devoir calculer le détail de chaque résistance au

transfert dans le détail. Nous utiliserons dès lors des valeurs courantes observées dans les échangeurs habituels. Ces valeurs peuvent être trouvées dans la littérature : chemical engineers' Handbook (1997), heat transfer handbook, turton et al. (1998), ...

A titre d'exemple la figure suivante présente les coefficients de transfert qui peuvent être considérés pour différents fluides connus.

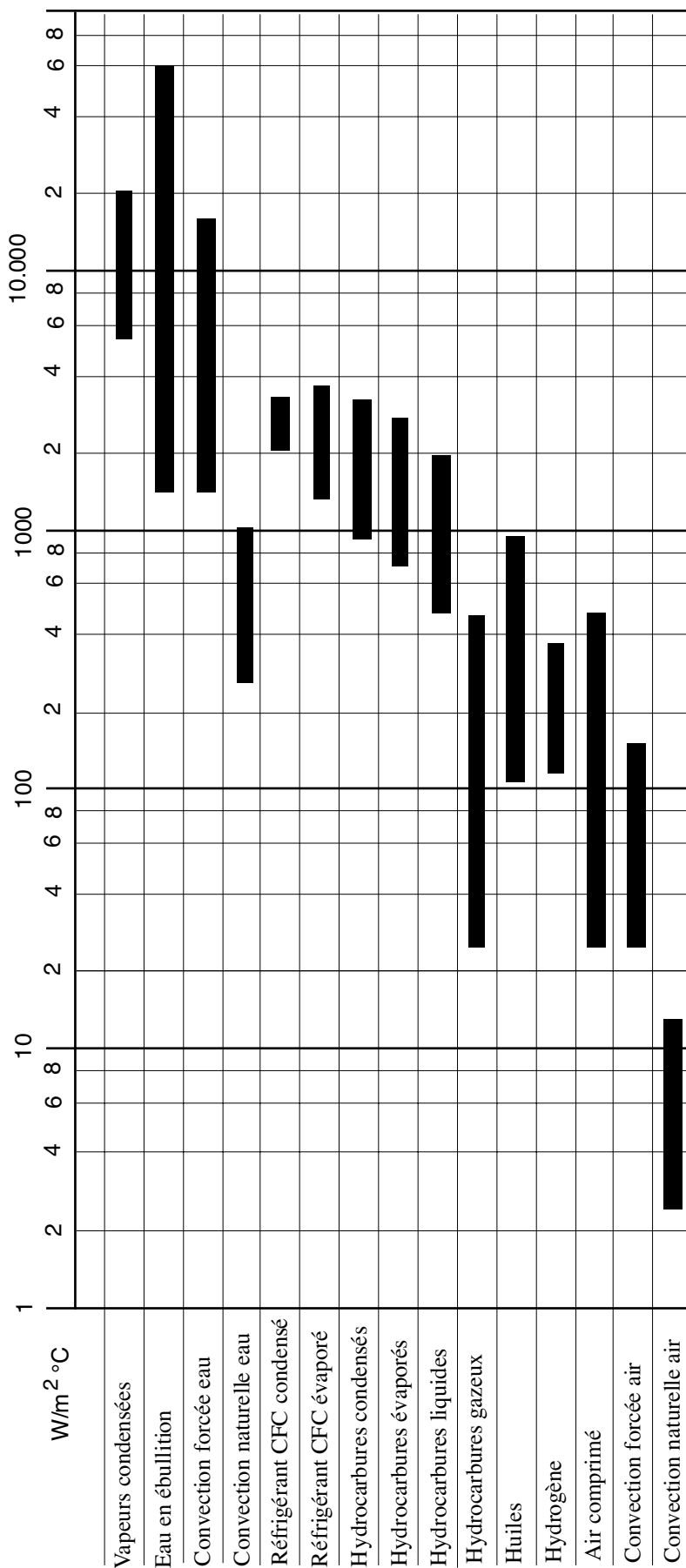


Table 4 : Domaines de variation des coefficients de convection (approximatif) (d'après réf.7)

4 calcul de dtlm
$$dtlm(x) := \frac{[(t4 - t1(x)) + (t3(x) - t2)]}{\ln\left[\frac{(t4 - t1(x))}{(t3(x) - t2)}\right]}$$

5 calcul de UA
$$UA(x) := \frac{qhx(x)}{dtlm(x)}$$

6 calcul de U
$$u1 := 0.1 \quad u2 := 0.1 \quad u := \left[\frac{1}{\left(\frac{1}{u1}\right) + \frac{1}{u2}} \right] \quad \text{on néglige } e/\lambda$$

7 calcul de la surface
$$A(x) := \frac{UA(x)}{u}$$

8 calcul du coût $k1 := 2.1138 \quad k2 := 0.96 \quad CEPCIref := 382 \quad CEPCI := 395$

$b1 := 0.74 \quad b2 := 1.21 \quad fp := 1 \quad fm := 1 \quad ki := b1 + b2 \cdot fm \cdot fp \quad ki = 1.95$

$$c(x) := \frac{CEPCI}{CEPCIref} \cdot [10^{k1} \cdot (A(x))]^{k2} \cdot \frac{ki}{620}$$

9 calcul de la chaleur à apporter de l'extérieur
$$heat(x) := Q(mcp2, tou2, tin2) - qhx(x)$$

10 calcul du prix annuel de l'énergie kCHF/an $nbheures := 8000 \quad chot := 0.02 \frac{CHF}{kwh}$

$$cheat(x) := heat(x) \cdot chot \cdot \frac{nbheures}{1000}$$

11 annualisation : $i := 8\% \quad n := 10$

$$taux := \frac{(1+i)^n - 1}{i \cdot (1+i)^n} \quad \text{taux} = 6.71 \quad \frac{1}{taux} = 0.149$$

12 coût annualise de l'investissement
$$chtx(x) := \frac{c(x)}{taux}$$

13 Coût total
$$ctot(x) := cheat(x) + chtx(x)$$

dtmin	qhx(dtmin)	t1(dtmin)	dtlm(dtmin)	A(dtmin)	c(dtmin)	heat(dtmin)	cheat(dtmin)
1	222	137	10.721	414.125	113.206	78	12.48
2	219	136.5	13.694	319.849	88.343	81	12.96
3	216	136	16.375	263.823	73.432	84	13.44
4	213	135.5	18.996	224.263	62.828	87	13.92
5	210	135	21.64	194.081	54.688	90	14.4
6	207	134.5	24.351	170.011	48.16	93	14.88
7	204	134	27.155	150.251	42.773	96	15.36
8	201	133.5	30.068	133.696	38.238	99	15.84
9	198	133	33.107	119.611	34.363	102	16.32
10	195	132.5	36.284	107.485	31.011	105	16.8
11	192	132	39.61	96.946	28.086	108	17.28
12	189	131.5	43.095	87.713	25.513	111	17.76
13	186	131	46.75	79.571	23.235	114	18.24
14	183	130.5	50.587	72.351	21.208	117	18.72
15	180	130	54.614	65.917	19.394	120	19.2
16	177	129.5	58.845	60.158	17.764	123	19.68
17	174	129	63.289	54.986	16.295	126	20.16
18	171	128.5	67.961	50.323	14.967	129	20.64
19	168	128	72.871	46.109	13.761	132	21.12
20	165	127.5	78.035	42.289	12.665	135	21.6

