

# Modélisation et optimisation des systèmes énergétiques industriels

## Thermo-économie

### Objectifs

Une des principales applications de la modélisation des systèmes énergétiques est l'optimisation thermo-économique. Dans ce cahier on présentera les bases de la formulation d'une fonction objectif thermo-économique.

**Position du problème 2**

**Definition des termes 3**

*Thermo 3*

*Economique 3*

*Environomique 3*

**La performance thermo-économique d'un procédé 3**

*Estimation de l'investissement 5*

*Valeur actuelle d'une rentrée d'argent future. 9*

Calcul du coût total et de la rentabilité 11

Analyse de la définition du taux d'intérêt utilisé dans la formula d'actualisation 13

**Formulation d'une fonction de coût thermo-économique 13**

**Formulation environomique 16**

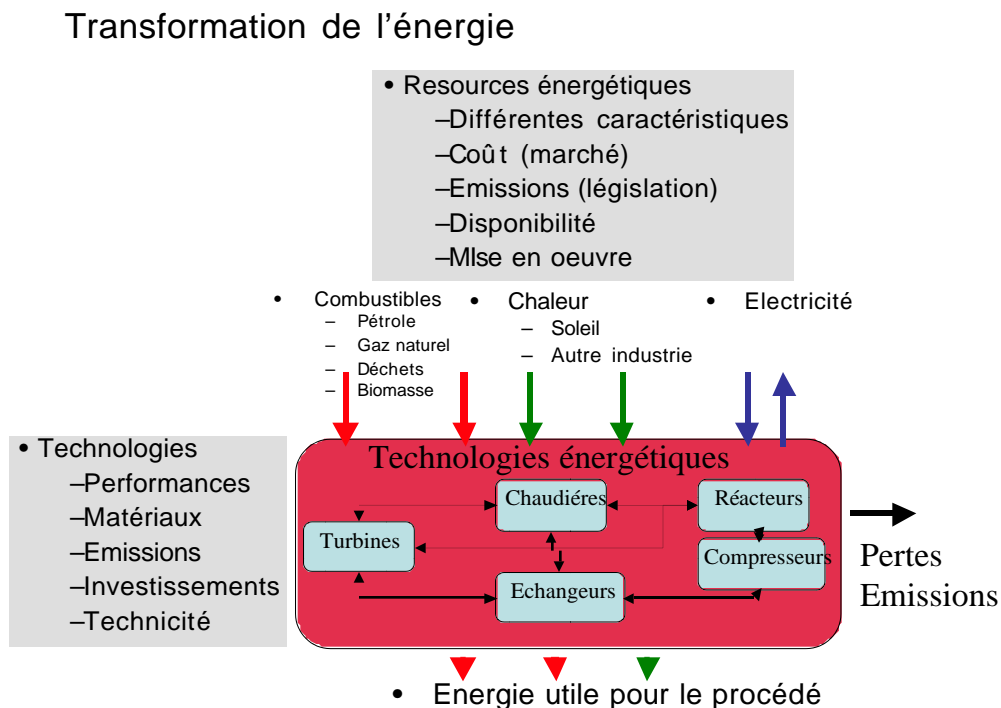
## Position du problème

Un système énergétique intégré a pour fonction de transformer l'énergie achetée en énergie utile (qui sera vendue), que ce soit sous forme de chaleur ou sous forme d'électricité. Dans cette perspective, l'opérateur industriel investit dans un ensemble de technologies qui lui permettront de réaliser un maximum de profit.

Dans la plupart des cas, l'électricité produite sera injectée sur le réseau, alors que la chaleur sera soit directement utilisée sur place, si elle est utilisée par un procédé de fabrication, ou distribuée dans un réseau de chaleur de type chauffage urbain ou de grands bâtiments.

En se référant à l'effet désiré, le profit sera défini comme étant la différence entre le produit de la vente de l'énergie transformée et les charges d'achat de combustible, de main d'oeuvre d'opération et d'amortissement de l'installation.

Schématiquement cette situation peut être représenté par la figure suivante.



**Figure 1 : représentation d'un système énergétique intégré**

La créativité des ingénieurs, la diversité des technologies disponibles sur le marché ainsi que l'ensemble des contraintes environnementales qui s'applique à de tels systèmes fait qu'il n'existe pas une solution unique à ce

problème et que l'ingénieur sera confronté à un problème d'optimisation dit thermo-économique.

## Definition des termes

### Thermo

Le modèle du système sera basé sur la représentation des phénomènes thermodynamiques de transformation de matière et d'énergie mis en jeu dans les différents équipements du procédé. Le modèle permettra de calculer les performances du système étudié en fonction des caractéristiques techniques des équipements utilisés.

### Economique

Le modèle sera utilisé pour calculer les performances de l'installation qui seront ensuite traduites sous la forme de performances économiques. Dans le calcul d'optimisation thermo-économique, on représentera le compromis entre les coûts opératoires qui résultent des performances thermodynamiques du procédé étudié et les investissements réalisés pour atteindre ces performances : achat des équipements.

### Environnementale

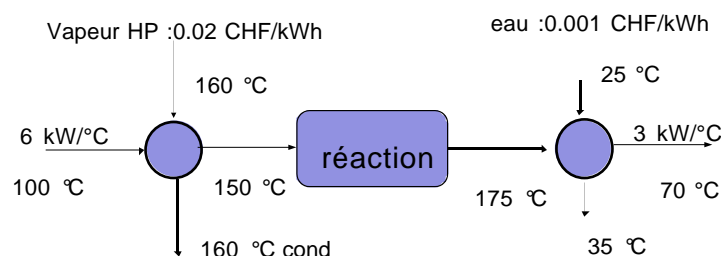
Dans l'approche environnementale, le modèle permettra en plus de calculer les performances environnementales du système. Ces performances qui seront exprimées sous la forme d'émissions, du procédé lui-même ou des émissions induites par l'utilisation des matières premières, le traitement des rejets ou la production des équipements. Les performances environnementales seront ensuite traduites sous une forme économique permettant d'inclure dans les performances économiques l'impact environnemental du système énergétique étudié.

## La performance thermo-économique d'un procédé

Au départ des valeurs thermodynamiques calculées par le modèle, l'objectif est d'être à même d'estimer la grandeur de investissement, de calculer sa rentabilité et donc de représenter le compromis entre les bénéfices générés et les investissements réalisés qui s'exprimera par un coût total de l'installation sur la durée de vie.

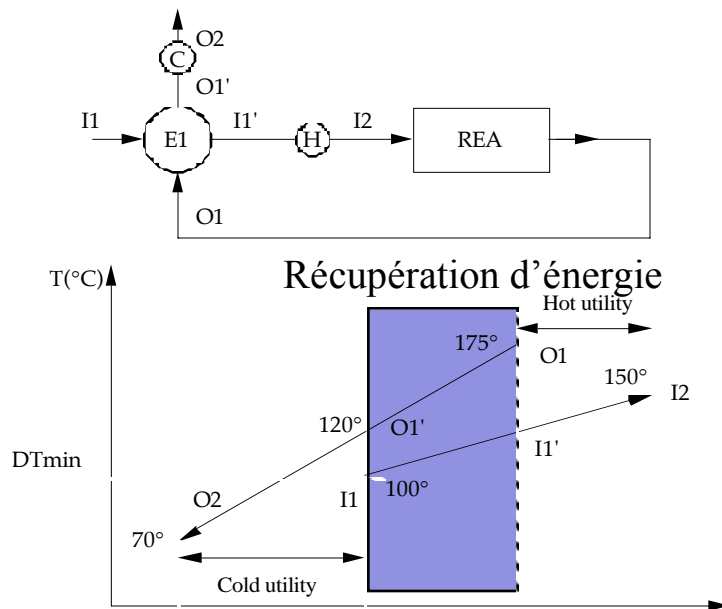
Exemple : achat d'un échangeur pour économiser de l'énergie.

La situation initiale est donnée Figure 2



**Figure 2 : situation initiale**

On désire réaliser une économie d'énergie en achetant un échangeur de chaleur réalisant l'échange entre le flux à l'entrée et le flux en sortie du réacteur (Figure 3).



- **Investissement**
  - Échangeur
  - Connexions
  - Contrôle
- **Bénéfice escompté**
  - Economie d'énergie
  - Diminution de la consommation de vapeur (H)
  - Diminution de la consommation d'eau de refroidissement C
- **Quelle est la valeur optimale de la charge de l'échangeur**

**Figure 3 : récupération d'énergie par échange de chaleur**

Pour évaluer la rentabilité de l'investissement, il faudra évaluer les éléments suivants:

- Achat de l'échangeur de chaleur
- Prix de l'installation
  - Fondation
  - Connexions (tuyauteries)
  - Contrôle
- Trouver un financement
- Calculer le prix de revient l'utilisation de l'échangeur
  - Achat d'énergie (production) (en principe plus faible que le cas sans échangeurs)
  - Maintenance

Pour évaluer la rentabilité du projet d'économie d'énergie il est nécessaire de pouvoir représenter le compromis entre l'investissement réalisé et les économies obtenues.

Plusieurs difficultés apparaissent d'emblée :

1. Il faut tout d'abord pouvoir estimer avec une méthode relativement simple les investissements à réaliser. Pour ce faire il faudra estimer le

coût d'achat des équipements concernés, le coût lié à la mise en oeuvre de l'équipement concerné dans le procédé (ce coût comprend les frais de fondation, de raccordement, d'engineering, de main d'oeuvre pour le montage, plus l'arrêt éventuel de l'installation, les taxes supplémentaires, etc...) et le coût lié à l'opération de l'équipement dans le procédé (par exemple la connexion des appareils de mesures, la régulation, les procédures de sécurité, etc...)

2. La seconde difficulté concerne le calcul des bénéfices annuels qui seront réalisés par la mise en oeuvre de l'investissement. Il faudra ainsi comptabiliser le coût de l'énergie, les coûts de maintenance et les frais de main d'oeuvre supplémentaires liés à l'utilisation de cet équipement.
3. La troisième difficulté concerne l'élément temps : l'investissement réalisé au début du projet porte ses effets (produit un bénéfice) pendant une durée fixée. Il faut donc pouvoir comparer l'argent d'aujourd'hui avec des bénéfices produits dans l'avenir.

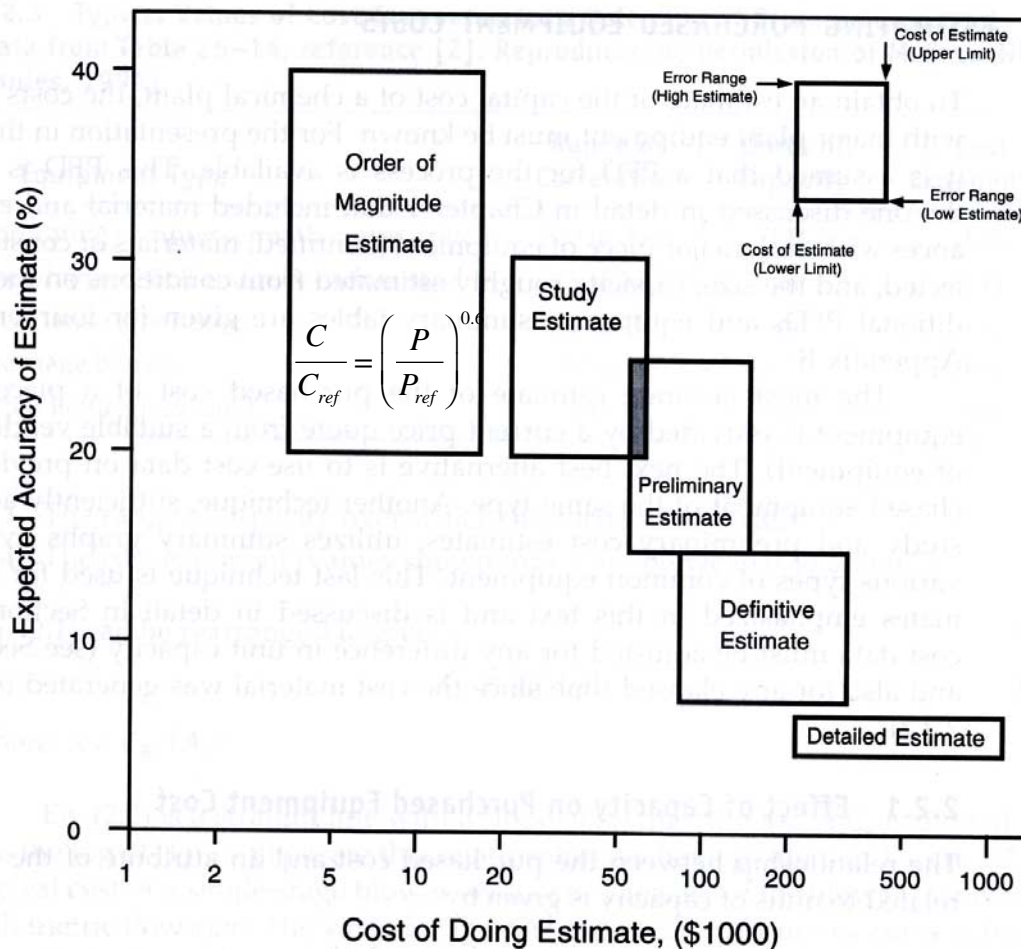
## Estimation de l'investissement

L'estimation de l'investissement coûte de l'argent, plus l'estimation sera précise plus elle sera coûteuse à estimer. On distingue différents niveaux d'estimation (Figure 4) qui concerne une maturité différente d'un projet d'investissement.

1. Le premier niveau correspond à l'estimation de l'ordre de grandeur de l'investissement. Celui-ci concerne principalement les procédés ou les systèmes globaux. Leur estimation est souvent réalisée au départ du niveau de production et est obtenue par comparaison avec une installation existante équivalente. On applique souvent la règle du 6/10.
2. Le second niveau sera celui que nous appliquerons dans le cas des études d'audit énergétique et d'amélioration de procédés. Réalisé au départ d'un PFD (Process Flow Diagram), ce type d'estimation requiert le calcul de la taille de chaque équipements concernés. Ce niveau d'évaluation sera utilisé pour comparer des alternatives et identifier les alternatives les plus prometteuses et donc éliminer les moins bonnes.
3. Le troisième niveau sera celui de l'évaluation préliminaire qui est réalisée pour les meilleures alternatives. A ce niveau, le projet est pratiquement décidé et il convient d'estimer au mieux les investissements pour faire une demande de budget ou pour financer le projet. On procédera à ce niveau à des demandes de prix préliminaires pour les équipements les plus importants.
4. Le quatrième niveau correspond à l'évaluation définitive qui requiert un calcul détaillé des modifications : dimension de tous les équipements, calcul de la tuyauterie, frais de unités de secours, taxes, etc...
5. Le derniers niveau : estimation détaillée servira de tableau de pilotage et de contrôle de la mise en oeuvre du projet. L'estimation détaillée est

souvent réalisée par le bureau d'ingénieurs responsable du projet ou par l'ensemblier qui contracte la réalisation du projet.

La précision relative des différents niveaux d'estimation et de leur coût d'obtention est donnée à la Figure 4 tirée de Turton et al. (1998).



**Figure 4 : estimation des investissements**

Dans le cas des optimisation thermo-économiques, nous choisisons des estimation suffisamment grossières puisque dans la plupart des cas, la liste des technologies qui doivent être utilisées n'est pas encore connue.

Lorsque peut d'information sont disponible, on estimera les investissements en utilisant la formule suivante qui estime l'investissement à réaliser en fonction de l'investissement d'une installation similaire, en tenant d'un facteur d'échelle avec un exposant 0.6.

$$\frac{C}{C_{ref}} = \left( \frac{P}{P_{ref}} \right)^{0.6}$$

Pour ce qui concerne l'achat des équipements, la première étape sera la définition des conditions opératoire, le choix du type d'équipement le mieux adapté, le calcul de la taille de l'équipement et le type de matériau

considéré. Il convient de noter que ces choix ne sont pas indépendants les uns des autres.

Pour cette tâche, on se réfèrera à différent ouvrages de références :

Par exemple : ASHRAE handbook,

Chemical Engineers handbook, Mc Graw-Hill, 1995

Ulrich, A guide to Chemical Process design and economics, Wiley, 1984

Les méthodes d'estimation des coûts sont basées sur des études statistiques d'analyse du marché. Comme nous allons le voir, ces méthodes sont basée sur le coût de fabrication d'équipements standards qui sera ensuite corrigé pour tenir compte des conditions de fonctionnement (par exemple conditions de température ou de pression).

En plus de l'achat de l'équipement, il faudra considérer tous les coûts liés à la mise en oeuvre de l'équipement dans l'installation. On distingue donc le coût d'achat (sortie usine de fabrication) du coût installé ( prêt au démarrage). Entre ces deux coûts, le facteur est de l'ordre de 3 à 4, il comprend :

- Matériaux supplémentaires requis pour l'installation
- Les fondations et les coûts de tuyauterie
- La main d'oeuvre
- Les frais d'intégration avec les autres équipements
- L'appareillage et l'adaptation des systèmes de contrôle et de sécurité,...
- Le travail engineering
- Les taxes, droits
- L'achat éventuel de terrains.

Pour passer du coût d'achat au coût installé, on peut passer soit par un facteur global que l'on applique au coût total d'achat des équipements et qui dépend du type de procédé concerné principalement le type de matière qui est traité.

$$C_i = F * \sum_{i=1}^{n_e} C a_i$$

$C a_i$  Coût d'achat de l'équipement i

$n_e$  Nombre d'équipements

$C_i$  Coût de l'installation

F Facteur de *Lang*

Avec F =  
 Fluides : 4.74  
 Solides : 3.1  
 Mixte : solide- fluide : 3.63

L'estimation du coût installé d'un équipement peut être exprimé de manière canonique.

La formule ci-dessus correspond aux échangeurs de chaleur, elle inclut l'effet de la pression, le facteur de matériaux et l'index de référence. Les valeurs des différents paramètres de cette équation sont tirés de Turton et al. (1998), ils sont donnés ci-après.

$$C_i = Ca_i * (B_{1,i} + B_{2,i} F_{M,i} F_{P,i}) * \left( \frac{I_x}{I_{ref}} \right)$$

avec  $\log_{10} Ca_i = K_{1,i} + K_{2,i} \log_{10} A_i + K_{3,i} (\log_{10} A_i)^2$  : Coût d'achat de l'équipement i

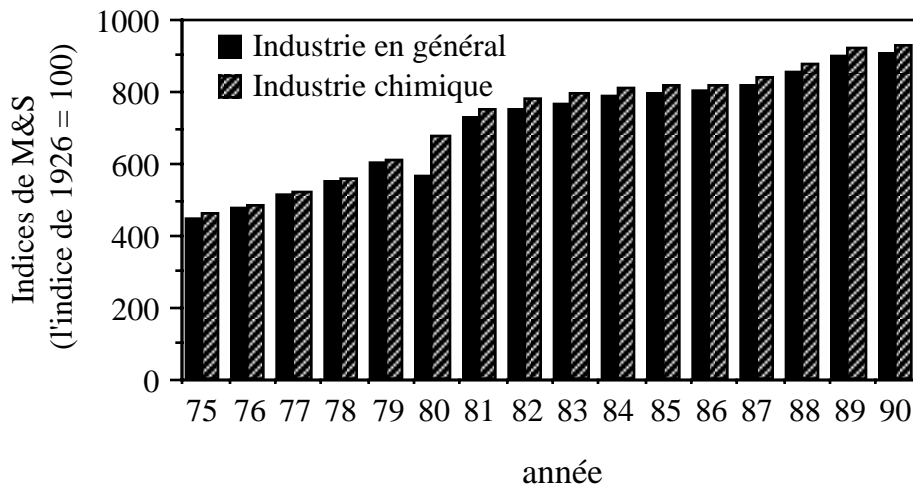
$\log_{10} F_{P,i} = C_{1,i} + C_{2,i} \log_{10} P_i + C_{3,i} (\log_{10} P_i)^2$  : facteur de pression

$F_{M,i}$  : facteur de matériau

$C_i$  Coût installé de l'équipement i

$I_{ref}$  index de référence utilisé pour établir les corrélations

Les index sont utilisés pour calculer la valeur actuelle de l'investissement par rapport à la date à laquelle l'investissement est estimé ou la corrélation a été établie. Les valeurs de l'index peuvent être obtenues dans des revues telles que Chemical Engineering (dernière page, mise à jour mensuelle). A titre d'exemple, vous trouvez à la Figure 5 l'évolution de l'index marshall –swift.



**Figure 5 : Indices de Marshall & Swift.**

La table suivante (Figure 6) donne par exemple les valeurs des coefficients pour les échangeurs de chaleur :

Correlation Coefficients for Heat Exchangers

er	$K_1$	$K_2$	$K_3$	$C_1$	$C_2$	$C_3$	$B_1$	$B_2$	$A_{min}$ (m <sup>2</sup> )
pe	3.0238	0.0603	0	6.4945 <sup>1</sup>	-6.6786	1.7442	0.74	1.21	0.2
ype	2.1138	0.9658	0	6.4945 <sup>1</sup>	-6.6786	1.7442	0.74	1.21	10
e	3.2138	0.2688	0.07961	-0.06499 <sup>2</sup>	0.05025	0.01474	1.80	1.50	4
lead	3.4338	0.1445	0.10790	-0.06499 <sup>2</sup>	0.05025	0.01474	1.80	1.50	10
	3.5238	0.1916	0.09474	-0.06499 <sup>2</sup>	0.05025	0.01474	1.80	1.50	10
oiler	3.5638	0.1906	0.11070	-0.06499 <sup>2</sup>	0.05025	0.01474	1.80	1.50	10
fall	3.7438	0.9270	0	6.4945 <sup>1</sup>	-6.6786	1.7442	0.74	1.21	2
xe	3.5738	0.4548	0	0	0	0	1.80	1.50	7
	3.6418	0.4053	0	-0.06154	0.0473	0	1.53	1.27	3.5
e	3.4088	0.6000	0.09944	-0.4045 <sup>3</sup>	0.1859	0	0.74	1.21	.1
e	3.6788	0.4412	0	0	0	0	1.53	1.27	2
	3.8528	0.4242	0	0	0	0	1.53	1.27	15

Factors given are for  $100 < P < 300$  barg, for  $40 < P < 100$  use  $C_1 = 0.6209$ ,  $C_2 = -0.9274$ ,  $C_3 = 0.3369$ , for  $P < 40$  use  $C_1 = 0.6209$ ,  $C_2 = -0.9274$ ,  $C_3 = 0.3369$

Factors given are for when shell or both shell and tube are  $> 10$  barg, when tubes only  $> 10$  barg use  $C_1 = 0.6209$ ,  $C_2 = 0.04139$ ,  $C_3 = 0$

Factors given are for when shell or both shell and tube are  $> 10$  barg, when tubes only  $> 10$  barg use  $C_1 = 0.6209$ ,  $C_2 = 0.09717$ ,  $C_3 = 0$

CEPCI : 382, source Turton et al. 1997

**Figure 6 : coefficients d'estimation des coûts pour les échangeurs de chaleur (Turton et al., 1997)**

### Valeur actuelle d'une rentrée d'argent future.

Pour mener à bien l'évaluation économique d'un projet, il est nécessaire de pouvoir comparer l'investissement réalisé aujourd'hui et les bénéfices annuels escomptés pour cet investissement sur la durée de vie de l'installation.

En considérant une durée de  $n$  années et un taux d'intérêt  $i$ , il est possible de calculer la valeur future (à l'issue des  $n$  années) d'une quantité  $P$  gagnée aujourd'hui.

$$F = P * (1 + i)^n$$

$F$  Valeur de  $P$  après  $n$  années avec un taux d'intérêt  $i$

En supposant que l'on réalise la même opération pour une rentrée annuelle (à la fin de chaque année) constante d'argent  $B$ , nous pouvons calculer la valeur de cette rentrée constante à l'issue de la même période. Celle-ci correspond à une somme de rentrées, chacune portant intérêt sur une année en moins. Cette somme est une progression géométrique dont l'expression analytique est donnée ci-dessous.

$$F = \sum_{r=1}^n B * (1+i)^{r-1} = B * \left[ \frac{(1+i)^n - 1}{i} \right]$$

$F$  Valeur après  $n$  années d'une rentrée d'argent annuelle constante  $B$  avec un taux d'intérêt  $i$

En égalant les deux expressions, on calcule la valeur actuelle ou actualisée (en francs d'aujourd'hui) d'une rentrée d'argent annuelle constante  $B$  pendant  $n$  années avec un taux d'intérêt  $i$ .

$$P = \frac{F}{(1+i)^n} = B * \left[ \frac{(1+i)^n - 1}{i} \right] * \left[ \frac{1}{(1+i)^n} \right] = B * \left[ \frac{(1+i)^n - 1}{i(1+i)^n} \right]$$

$P$  Valeur actualisée d'une rentrée d'argent annuelle consante  $B$  avec un taux d'intérêt  $i$  après  $n$  années

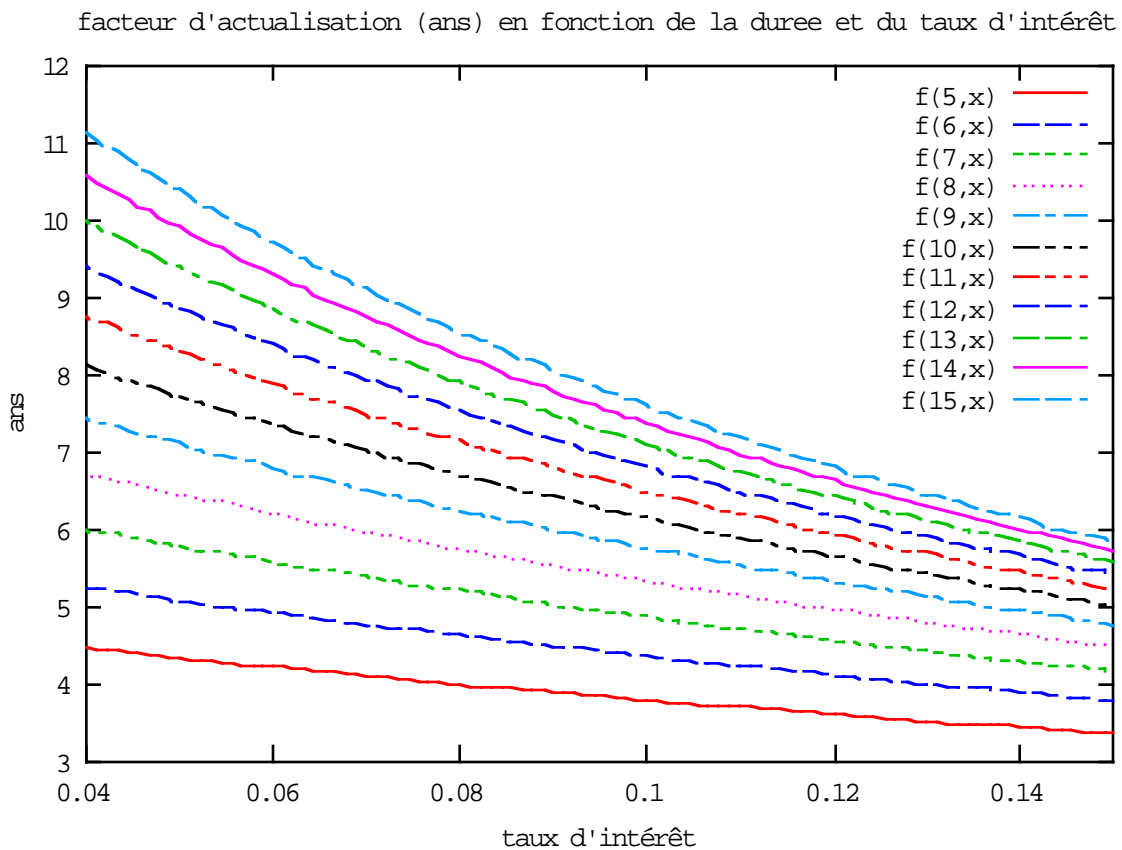
Cette formule permet de calculer le coût total actualisé correspondant à la somme de l'investissement réalisé aujourd'hui et des coûts opératoires liés à cet investissement sur la durée de vie de l'équipement considéré.

$$\text{Coût total actualisé} = I + C * \left[ \frac{(1+i)^n - 1}{i(1+i)^n} \right]$$

$I$  Investissement initial

$C$  Coût opératoire du procédé

L'évolution du facteur d'actualisation en fonction de la durée de vie et du taux d'intérêt est donnée à la Figure 7. Ce facteur représente la durée de vie équivalente si on tient compte de l'inflation et des bénéfices escomptés par les investisseurs. Il s'exprime donc en années.



**Figure 7 : évolution du facteur d'actualisation en fonction du taux d'intérêt et de la durée de vie de l'installation.**

### Calcul du coût total et de la rentabilité

Le bénéfice d'un projet correspond à la différence entre le coût total de fonctionnement de l'installation et le coût total après la réalisation d'un projet produisant un bénéfice  $B$  sur une durée de  $n$  années grâce à un investissement de  $DI$ .

Dans ce cas, l'investissement initial est nul et le bénéfice sur la durée du projet est exprimé en franc actualisés (CHF).

Il est également possible d'annualiser l'investissement pour calculer le bénéfice annuel (CHF/an).

$$\text{Bénéfice} = T_0 - T = I_0 + C_0 \left[ \frac{(1+i)^n - 1}{i(1+i)^n} \right] - \left\{ (I_0 + \Delta I) + (C_0 - B) * \left[ \frac{(1+i)^n - 1}{i(1+i)^n} \right] \right\}$$

$I_0$  Investissement avant le projet ( $I_0 = 0$ )

$C_0$  Coût opératoire du procédé avant le projet

$B$  Gain sur le coût opératoire pour le projet concerné

$\Delta I$  Investissement du projet concerné

$$\text{Bénéfice actualisé} = B \left[ \frac{(1+i)^n - 1}{i(1+i)^n} \right] - \Delta I \geq 0 \quad (\text{CHF})$$

$$\text{Bénéfice annuel actualisé} = B - \Delta I \left[ \frac{i(1+i)^n}{(1+i)^n - 1} \right] \geq 0 \quad (\text{CHF / an})$$

Pour évaluer la rentabilité d'un projet, différents critères peuvent être utilisés.

$$\text{Temps de retour} = \frac{\Delta I}{B} \quad (\text{an})$$

$$\text{Bénéfice actualisé} = B \left[ \frac{(1+i)^n - 1}{i(1+i)^n} \right] - \Delta I \geq 0 \quad (\text{CHF})$$

$$\text{Bénéfice annuel actualisé} = B - \Delta I \left[ \frac{i(1+i)^n}{(1+i)^n - 1} \right] \geq 0 \quad (\text{CHF / an})$$

$$\text{Taux d'actualisation du projet : } i^* \text{ tel que : } B \left[ \frac{(1+i^*)^n - 1}{i^*(1+i^*)^n} \right] - \Delta I = 0$$

Le temps de retour ne permet pas de comparer des projets ayant des investissements de tailles différentes.

Les bénéfices actualisés doivent également être comparés à l'investissement réalisé.

Ces critères doivent être considérés comme des éléments de décision go no go

Le taux d'actualisation du projet représente la profitabilité de l'investissement, il correspond au taux d'intérêt que rapporte l'investissement initial. C'est donc un bon indicateur de rentabilité. Il présente malheureusement une difficulté de calcul (un calcul itératif ou graphique sera nécessaire) :

$$i^* \text{ tel que : } B \left[ \frac{(1+i^*)^n - 1}{i^*(1+i^*)^n} \right] - \Delta I = 0$$

Cette valeur sera ensuite comparée aux taux moyen qui est utilisé soit par la société qui réalise l'investissement. L'investissement est en quelque sorte mis en compétition avec des investissements compétitifs.

Ce taux peut également être comparé avec le taux moyen des autres investissements réalisés dans le même domaine.

### **Analyse de la définition du taux d'intérêt utilisé dans la formula d'actualisation**

L'ensemble de l'analyse proposée dépend de la valeur qui sera adoptée pour le taux d'intérêt. Cette valeur est arbitraire mais repose sur quelques éléments liés au contexte économique du projet réalisé.

Le taux d'intérêt ou d'actualisation doit refléter l'inflation, pour faire en sorte que la valeur future soit bien supérieure à la valeur qu'aura l'argent dans le futur.

Il doit se comparer au taux d'intérêt qui pourrait être obtenu par le placement dans une banque. L'investissement n'étant à priori pas une opération philanthropique, L'investisseur (l'actionnaire) a donc le choix entre placer l'argent dans une banque ou le placer dans l'entreprise. Le taux d'intérêt dit donc être supérieur au taux de placement dans une banque.

La valeur qui sera choisie dans la société résulte en général d'une analyse des investissements précédents déjà réalisés dans la société. Il convient de remarquer que l'évaluation économique des projets permet de comparer des projets qui peuvent avoir des objectifs fondamentalement différents mais qui peuvent être mis en compétition au niveau de la disponibilité de l'argent dans l'entreprise.

Les valeurs typiques sont les suivantes :

Durée de vie :  $n = 15$  ans

Taux d'intérêt  $i = 8-9\%$

### **Formulation d'une fonction de coût thermo-économique**

De manière générale une fonction de coût thermo-économique comprendra les termes relatifs à l'investissement, au coût opératoire et aux frais de maintenance.

Le coût total exprimé ici sous une forme annuelle sera donc calculé par la formule suivante :

$$CT = \int_0^{t=n_i} \tau_i(t) * CO(t) * dt + \sum_{i=1}^{n_e} (I_i(t)) \quad (CHF)$$

$$\text{Avec } \tau_i(t) = \frac{(1+i)^{\left(n_i - \frac{t}{3600*24*365}\right)} - 1}{i(1+i)^{\left(n_i - \frac{t}{3600*24*365}\right)}}$$

$t = 1an$  l'intégrale porte sur l'année

$i$  taux d'intérêt considéré

$I_i$  investissement de l'équipement  $i$  installé

$n_i$  durée de vie escomptée pour l'équipement  $i$   
(15 à 20 ans selon les équipements)

$n_e$  le nombre d'équipement dans l'installation

$CO(t)$  coût opératoire de l'installation à la seconde  $t$  (CHF / s)

$$CO(t) = \sum_{i=1}^{n_{in}} \dot{m}_i(t) * P_i^a(t) - \sum_{j=1}^{n_{out}} \dot{m}_j(t) * P_j^v(t) + \dot{E}_{in}(t) * Pe_{in}(t) - \dot{E}_{out}(t) * Pe_{out}(t) + M(t)$$

$\text{Avec } \dot{m}_i(t)$  le débit du combustible ou de la matière première  $i$  à la seconde  $t$  (kg / s)

$n_{in}$  le nombre de produit (combustible ou matière première) acheté

$P_i^a(t)$  le prix d'achat du produit  $i$  à la seconde  $t$  (CHF / kg)

$n_{out}$  le nombre de produit (combustible ou matière première) vendu

$\dot{m}_j(t)$  le débit du produit  $j$  vendu ou émis à la seconde  $t$  (kg / s)

$P_j^v(t)$  le prix de vente du produit  $j$  à la seconde  $t$  (CHF / kg)

on utilisera un prix négatif si c'est une émission taxée ou un rejet à traiter

$\dot{E}_{in}(t)$  la puissance électrique achetée à la seconde  $t$  (kW)

$Pe_{in}(t)$  le prix d'achat de l'électricité à la seconde  $t$  (CHF / kWh)

$\dot{E}_{out}(t)$  la puissance électrique achetée à la seconde  $t$  (kW)

$Pe_{out}(t)$  le prix de vente de l'électricité à l'exportation sur le réseau à la seconde  $t$  (CHF / kWh)

$M(t)$  le prix annuel de la maintenance à la seconde  $t$  (CHF / s)

Cette formule résulte d'une intégrale et exprime le coût sous une forme annualisée. On représente ainsi la dynamique du système et la manière dont il répond seconde par seconde aux modifications de l'environnement. Elle permet également de tenir compte d'investissement qui seraient réparti sur la durée du vie du projet.

Dans le cas où il est possible de considérer que l'investissement est comptabilisé au moment de la mise en service de l'installation et que nous pouvons faire l'hypothèse que l'installation au ra n fonctionnement stationnaire, la formule ci-dessus se simplifie et il est possible de définir la formulation thermo-économique en termes de annuel (CHF/an).

Pour des raisons pratiques, cette formulation pourra également être adaptée pour tenir compte des variations en considérant la période de fonctionnement annuelle de l'installation comme une succession d'état stationnaires. Ce sera par exemple le cas, si on évalue un système de chauffage qui dépend de la température ambiante.

Pour un procédé continu, la fonction prendra donc la forme suivante :

$$CT = CO * n_h + \sum_{i=1}^{n_e} \frac{1}{\tau_i} * (I_i) \quad (\text{CHF} / \text{an})$$

$$\text{Avec} \quad \frac{1}{\tau_i} = \frac{i(1+i)^{n_i}}{(1+i)^{n_i} - 1}$$

$n_h$  nombre d'heure de fonctionnement annuel de l'installation  
8000 - 8760 heures / ans pour fonctionnement continu

$i$  taux d'intérêt considéré

$I_i$  investissement de l'équipement  $i$  installé

$n_i$  durée de vie escomptée pour l'équipement  $i$   
(15 à 20 ans selon les équipements)

$n_e$  le nombre d'équipement dans l'installation

$CO$  coût opératoire de l'installation

$$CO = \sum_{i=1}^{n_{in}} \dot{m}_i * P_i^a - \sum_{j=1}^{n_{out}} \dot{m}_j * P_j^v + \dot{E}_{in} * Pe_{in} - \dot{E}_{out} * Pe_{out} + M$$

$\text{Avec} \quad \dot{m}_i$  le débit du combustible ou de la matière première  $i$  (kg/h)

$n_{in}$  le nombre de produit (combustible ou matière première) acheté

$P_i^a$  le prix d'achat du produit  $i$  (CHF / kg)

$n_{out}$  le nombre de produit (combustible ou matière première) vendu

$\dot{m}_j$  le débit du produit  $j$  vendu ou émis (kg/h)

$P_j^v$  le prix de vente du produit  $j$  (CHF / kg)

on utilisera un prix négatif si c'est une émission taxée ou un rejet à traiter

$\dot{E}_{in}$  la puissance électrique achetée (kW)

$Pe_{in}$  le prix d'achat de l'électricité (CHF / kWh)

$\dot{E}_{out}$  la puissance électrique achetée (kW)

$Pe_{out}$  le prix de vente de l'électricité à l'exportation sur le réseau (CHF / kWh)

$M$  le prix annuel de la maintenance (CHF / an)

La formule suivante correspondant à un problème d'évaluation thermo-économique d'un système de pompe à chaleur illustre la formulation et les principaux éléments la constituant.

$$CO_j(K_j^{pac}, Pel) = Pel * \sum_{i=1}^{n_T} \left( n_{jours}(T_i) * 24 * 3600 * \dot{Q}_{demande_j}(T_i) \right) * \left[ \frac{1}{COP_j(T_i)} * \min\left(1, \frac{\dot{Q}_{demande}(T_i)}{\dot{Q}_{pac_j}(T_i)}\right) + \max\left(0, \frac{\dot{Q}_{demande}(T_i)}{\dot{Q}_{pac_j}(T_i)} - 1\right) \right]$$

$$si \quad T_i < Trans_j \text{ ou si } \frac{\dot{Q}_{demande}(T_i)}{\dot{Q}_{pac_j^{mono}}(T_i)} > 1$$

$$COP_j(T_i) = COP_j^{booster}(T_i) : COP \text{ de la PAC booster pour une température ext de } T_i$$

$$\dot{Q}_{pac_j}(T_i) = \dot{Q}_{pac_j^{booster}}(T_i) \text{ puissance de la PAC avec booster pour la température } T_i$$

sinon

$$COP_j(T_i) = COP_j^{mono}(T_i) : COP \text{ de la PAC en fonctionnement sans booster pour } T_i$$

$$\dot{Q}_{pac_j}(T_i) = \dot{Q}_{pac_j^{mono}}(T_i) \text{ puissance de la PAC en fonctionnement sans booster pour } T_i$$

### Fonction objectif : minimisation du prix de revient de l'installation

Prix de revient annuel de l'énergie

$$CT_j(K_j^{pac}, Pel) = CO_j(K_j^{pac}, Pel) + \frac{1}{\tau} * (I_s(\dot{Q}_{pac_j^{mono}}(T^{\min})) + 2 * I_k(W_j^{booster})) \quad (CHF / an)$$

$$Avec \quad \frac{1}{\tau} = \frac{i(1+i)^n}{(1+i)^n - 1} \quad \text{facteur annualisation (1/an)} \approx \frac{1}{13}$$

$$i = 4\% \text{ Taux d'intérêt pour les particuliers}$$

$$n = 20 \text{ ans durée de vie escomptée pour la PAC}$$

$$\dot{Q}_{pac_j^{mono}}(T^{\min}) \text{ puissance de référence de la PAC à } T^{\min} = -12^\circ C$$

$$\text{Energie annuelle délivrée : } E_j = \sum_{i=1}^{n_T} (n_{jours}(T_i) * 24 * \dot{Q}_{demande_j}(T_i)) \quad (kWh / an)$$

Prix de revient de l'énergie thermique de la configuration j:

$$Pr_j(K_j^{pac}, Pel) = \frac{CT_j(K_j^{pac}, Pel)}{E_j} \quad (CHF / kWh)$$

Il convient enfin de remarquer qu'il est possible d'estimer les coûts avec plus ou moins de détails. Dans la formulation ci-dessus par exemple, nous n'avons pas tenu compte de la valeur résiduelle de l'installation à l'issue de sa durée de vie. Cette valeur introduirait une valeur supplémentaire à déduire de l'investissement mais exprimé en franc d'aujourd'hui grâce au facteur d'actualisation : la valeur résiduelle peut-être considérée comme une rentrée d'argent en fin de vie.

## Formulation environnomentique

L'objectif de la formulation environnomentique est d'ajouter dans la fonction objectif économique des termes qui permettent de prendre en compte l'impact environnemental de l'installation. Il est possible d'utiliser différentes formulations qui seront relatives à la quantité de polluants émis par l'installation.

La première approche consiste à prendre en compte les différents polluants émis par l'installation et y associer un coût spécifique. Cette approche représente le principe d'une taxe proportionnelle à la quantité émise. On ajoutera donc les termes suivants :

$$CE = \sum_{j=1}^{n_{out}} \dot{m}_j * \left( \sum_{i=1}^{n_j^{polluants}} x_{i,j} * T_i \right)$$

avec  $\dot{m}_j$  débit du flux de sortie j  
 $x_{i,j}$  composition du polluant i dans le flux j  
 $T_i$  taxe s'appliquant au polluant i en CHF / kg<sub>émis</sub>  
 $n_j^{polluants}$  le nombre de polluant dans le flux de sortie j  
 $n_{out}$  nombre de flux d'émission de l'installation

On prend ainsi en compte toutes les sources d'émissions et de rejets de l'installation.

La fonction objectif devient alors :

$$CT = CO * n_h + CE * n_h + \sum_{i=1}^{n_e} \frac{1}{\tau_i} * (I_i) \quad (CHF / an)$$

La définition de la valeur de  $T_i$  est bien sûr difficile : on peut considérer que ce facteur représente le prix qu'il faudrait consentir pour rétablir l'état initial de l'environnement dans lequel se trouve l'installation.

Différentes approches peuvent être proposées, la plus simple est celle qui se base sur les valeurs des taxes en vigueur. Le tableau suivant donne à titre d'exemple les valeurs répertoriées par Pelzer (1998) pour les taxes sur le CO2 et le NOx.

CO2 : (EU) 15 à 50 CHF/tonne de CO2

NOx : (Suède) 8800 CHF/tonne NOX

Ces valeurs sont à comparer à une autre approche qui utiliserait le coût d'évitement ou le coût estimé de la réparation du dommage créé par le polluant.

**Tableau 1 : exemple de coût des émissions (en CHF/tonne)**

Polluant	Taxe	Evitement	Réparation	source
CO2	15-50	159-227	51-1310	Suisse
NOx	8800		13800-32270	Suède

En toute rigueur cette approche devrait être étendue pour inclure dans l'évaluation de l'impact environnemental les impacts induit pour la production des matières premières, la production des équipements de production et l'utilisation des produits générés par le procédé. Pour cela on appliquera la méthodologie de l'analyse du cycle de vie (O. Jolliet, 2001). Il est important de constater que cette évaluation utilisera pour partie des valeurs statistiques moyennes et pour une autre des valeurs obtenues par le modèle, il conviendra dès lors de s'assurer que les ordres de grandeurs

permettent effectivement de représenter les impacts sur lesquels il est possible d'agir effectivement en modifiant le design de l'installation.

Dans ce cas, la contribution environnomic sera formulée de la manière suivante :

$$CE = n_h * \left( \sum_{j=1}^{n_{out}} \dot{m}_j * \left( \sum_{i=1}^{n_j^{polluants}} x_{i,j} * T_i \right) + \sum_{r=1}^{n_{in}} \dot{m}_r * \left( \sum_{i=1}^{n_r^{polluants}} x_{i,r}^* * T_i \right) \right) + \frac{1}{n_a} * \sum_{e=1}^{n_{eq}} S_e * \left( \sum_{i=1}^{n_{polluant}} x_{i,e}^+ * T_i \right)$$

avec

$\dot{m}_j$	débit du flux de sortie j
$\dot{m}_r$	débit de la ressource r
$x_{i,j}$	composition du polluant i dans le flux j
$x_{i,r}^*$	taux d'émission du polluant i par unité de ressource r (en kg / kg)
$T_i$	taxe s'appliquant au polluant i en CHF / kg <sub>émis</sub>
$T_i$	taxe s'appliquant au polluant i en CHF / kg <sub>émis</sub>
$n_j^{polluants}$	le nombre de polluant dans le flux de sortie j
$n_{out}$	nombre de flux d'émission de l'installation
$n_a$	durée de vie de l'installation
$n_h$	nombre d'heure de fonctionnement de l'installation par an
$S_e$	taille de l'équipement e
$n_e$	nombre d'équipements de l'installation
$x_{i,e}^+$	taux de production de polluant i pour l'équipement e par unité de taille

Et la fonction objectif sera :

$$CT = CO * n_h + CE + \sum_{i=1}^{n_e} \frac{1}{\tau_i} * (I_i) \quad (CHF / an)$$

Si on désire tenir compte de la localisation géographique, il faut également prendre en compte le fait que le polluant émis à un endroit donné peut avoir un impact différent que si il est émis à un autre endroit. Dans un environnement fortement pollué, une émission supplémentaire peut par exemple conduire à un niveau de pollution inacceptable et devrait dans ce cas être affectée d'un coût beaucoup plus grand.

Dans ce cas, on utilisera une formulation telle que celle proposée par

Il convient de remarquer que cet aspect se retrouvera dans la fonction objectif par une formulation telle que présentée ci-dessous. Cet aspect interviendra également sous la forme de contraintes d'inégalité qui limiteront les émissions à la fois en termes de quantités et en termes de concentrations. Ces valeurs se retrouvant dans ce cas dans les limites fixées pour obtenir les permis d'exploiter de l'installation.

$$n_h * \sum_{j=1}^{n_{out}} \dot{m}_j * x_{i,j} \leq q_i^{\max} \quad \forall i = 1, \dots, n^{polluants}$$

$$x_{i,j} \leq x_{i,j}^{\max} \quad \forall i = 1, \dots, n^{polluants}, \forall j = 1, \dots, n^{out}$$